



层流动相关的一些偏微分方程。BVPh (1.0版本)软件已获国家计算机软件著作权,可在笔者主页上免费下载(<http://numericaltank.sjtu.edu.cn/>)。我们将不断发展和完善该软件,进一步简化“同伦分析方法”之应用,扩展其应用领域,使其成为求解强非线性问题的一个有效而方便的工具。

该专著第三部分给出“同伦分析方法”求解非线性偏微分方程的具体例子,如Gelfand非线性特征值方程、美式期权定价问题、非线性波浪与非均匀流的相互作用问题、任意多个非线性水波的共振问题,以证实“同伦分析方法”求解复杂非线性问题之有效性。值得特别指出的是,由摄动方法和渐进法获得的美式期权定价之解析近似公式,通常仅在数星期或数月的时间范围内有效,而该专著基于“同伦分析方法”给出的解析公式,通常在十几年甚至半个世纪内都是有效的!笔者开发了一个相关的实用软件,可以在几秒钟内得到精确的美式期权定价。该软件已获国家计算机软件著作权,在笔者

主页上可免费下载。这个例子,说明了“同伦分析方法”求解复杂非线性偏微分方程的有效性和潜力。

尽管经历了20余年的发展,“同伦分析方法”仍然需要理论上的进一步完善和应用领域上的进一步扩展。近期内,我们研究小组将主要致力于完善基于“同伦分析方法”开发的、求解非线性边值问题的软件包BVPh,同时应用“同伦分析方法”研究一些全新的非线性问题(特别是强非线性问题),以丰富我们对非线性现象的知识,加深对非线性现象的理解。

作者简介:

廖世俊博士,上海交通大学特聘教授、博士生导师,曾任教育部“长江奖励计划特聘教授”,国家杰出青年科学基金获得者。1992年率先提出求解非线性问题的“同伦分析方法”,至今已撰写相关英文专著两本,发表杂志论文近百篇。曾获“上海市第七届自然科学牡丹奖”及2009年度“上海市自然科学一等奖”。

中国数学研究热点论文特约稿

非线性电路与系统的热点研究领域: 复杂多卷波电路与系统

吕金虎¹ 陈关荣²

1中国科学院数学与系统科学研究院 北京 100190

2香港城市大学电子工程系 香港

E-mail: jhlu@iss.ac.cn, gchen@ee.cityu.edu.hk

1983年, L.O. Chua发明了双卷波的Chua电路,第一次用非线性电路完成了混沌系统的物理实现,成为当今混沌科学和非线性电路理论研究的一个基本模型。随之而来的一个自然问题是:能否利用简单的电子元器件

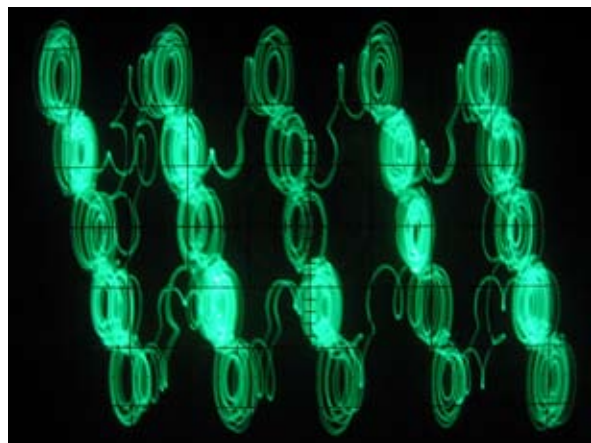
有目的地产生人们需要的各种空间构形的多卷波? 在过去近30年里,国际上很多研究小组在这个领域做了大量的探索性研究工作,如L. O. Chua及J. P. L. Vandewalle的研究小组早期在多卷波的理论设计和电路实现领域做出

了很多开拓性的工作。今天,复杂多卷波电路与系统已经成为非线性电路与系统的一个十分重要的研究领域,其发展主要围绕两条线索展开:理论上,围绕复杂多卷波混沌吸引子的存在性而展开,包括理论探讨与动力学分析;技术上,围绕多方向、大数量复杂多卷波混沌吸引子的物理实现而展开,包括电路设计与实现。随着信息技术和生命科学的迅猛发展,复杂多卷波电路与系统的理论设计及其电路实现的研究显得愈来愈重要。2006年,我们根据自己在复杂多卷波电路与系统领域的研究经验,从理论研究与技术实现相结合的角度简要概述了国际上在复杂多卷波电路与系统领域的主要研究进展与发展趋势,包括基本理论、设计方法与典型的工程应用[*Int. J. Bifurcation Chaos*, 2006, 16(4): 775-858]。该论文发表至今已被引用129次[Web of Science],引起了同行的广泛关注。

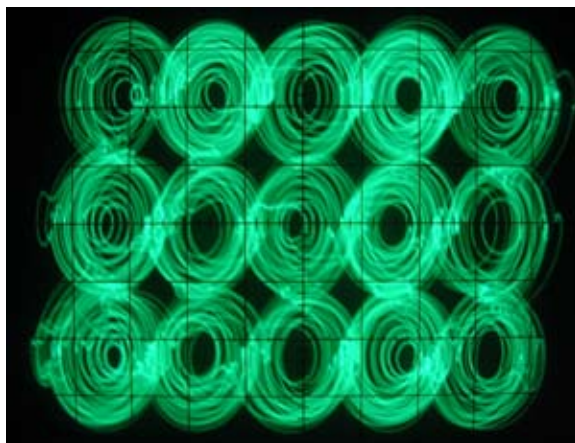
近30年来,复杂多卷波电路与系统的理论和应用研究都取得了长足的进展,但在很多方面依然面临着巨大的挑战。多方向多卷波混沌吸引子的设计与实现成为该领域一个十分有发展潜力的新方向。所谓多方向多卷波吸引子,即多方向成空间网格状分布的多卷波混沌吸引子(multi-directional multi-scroll chaotic attractors 或 p -D $m \times n \times \dots \times l$ -grid scroll chaotic attractors),是单方向多卷波混沌吸引子研究的进一步深入和发展。国际上在这个方向上的研究起步于2002年,目前还处

于探索 and 深化阶段。国内很多研究人员也在这个方向上取得了一批重要的原创性研究成果,基本上与国际一流水平保持同步,有些方向上甚至领先国际水平。我们从2002年开始这方面的研究,是国内最早从事该方向研究的小组之一。我们与广东工业大学的禹思敏教授合作,在时滞和饱和多方向多卷波吸引子的理论设计和电路实现方面已经取得了一些重要进展[*IEEE Trans. Circuits Syst. I*, 2006, 53(1): 149-165; 2005, 52(7): 1459-1476; 2007, 54(9): 2087-2098; *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, 2010, 57(10): 803-807; 2011, 58(5): 314-318],引起了国际同行的广泛关注。特别是,我们关于时滞[*Automatica*, 2004, 40(10): 1677-1687]和饱和[*IEEE Trans. Circuits Syst. I*, 51(12): 2476-2490]多方向多卷波的工作曾入选IEEE电路与系统学会2005年“电路与系统进展”,详细报道见2006年第2期*IEEE Circuits and Systems Magazine*。此外,我们2006年在IEEE电路与系统年会上组织了一个多卷波的特邀分会(Invited Session)“Multi-Scroll Chaos: Generation, Analysis and Applications”,以此来推动复杂多卷波电路与系统的理论设计与电路实现方面的研究。

表1展示了过去近30年来多卷波电路与系统的主要进展[*Int. J. Bifurcation Chaos*, 2006, 16(4): 775-858],图1展示了我们实现的 $5 \times 5 \times 3 \times 3$ 环面吸引子的平面投影[*IEEE Trans. Circuits Syst. I*, 2007, 54(9): 2087-2098]。



(a) X-Y平面上投影



(b) Y-Z平面上投影

图1 $5 \times 5 \times 3 \times 3$ 环面吸引子的平面投影



表1 近30年来多卷波电路与系统的主要进展

时间	主要进展	作者
1983	Chua电路	Chua 等
1986	双卷波族及双卷波证明	Chua 等
1991	n-双卷波	Suykens 等
1996	2-双卷波电路实现	Arena 等
1997	n-卷波	Suykens 等
1999	6卷波电路实现	Yalcin 等
2000	3、5卷波电路实现	Yalcin 等
2001	正弦函数方法	Tang 等
2002	10卷波电路实现	Zhong 等
	阶梯电路方法	Yalcin 等
2003	切换流形方法	Lü 等
	3-卷波芯片	Fujiwara 等
	单方向、双方向时滞方法	Han 等
2004	时滞电路方法及多卷波证明	Lü 等
	饱和电路方法及多卷波证明	Lü 等
2005	广义Jerk电路方法	Yu 等
2006	14、 14×10 、 $10 \times 10 \times 10$ 卷波的实现	Lü 等
2007	多方向环面吸引子的设计与实现	Yu 等
2010—2011	空间网格多翅膀蝴蝶吸引子的设计与实现	Yu 等

复杂多卷波电路与系统是非线性电路与系统中一个十分诱人但又极富挑战性的研究领域。首先，与一般的单方向单卷波混沌吸引子相比，无论是理论设计还是模拟电路实现，难度都会大大增加。其次，从实际需要而言，复杂多卷波的理论设计、模拟电路实现、控制与同步在不久将来的实际工程应用中会有广阔的应用前景。此外，由于复杂多卷波在方向和数量上的增加，其可控性、稳定性和鲁棒性变得更加重要但也更加困难，需要提出新的理论设计和实现方法。最后，复杂多卷波电路与系统的理论设计、硬件实现、控制与同步等能够应用于开发基于集成电路和可编程器件的实验平台，有助于研制多功能型混合信号产生器等。

作者简介：

吕金虎，中国科学院数学与系统科学研究院研究员、博士生导师。曾获国家杰出青年科学基金、中国科学院“百人计划”、国家自然科学基金二等奖(排名第二)、中国青年科技奖、澳大利亚ARC Future Fellowships奖、教育部自然科学一等奖(排名第一)、北京市科学技术一等奖(独立)、全国优秀博士学位论文奖。

陈关荣，香港城市大学电子工程系讲座教授及混沌与复杂网络研究中心主任。1981年获中山大学计算数学硕士学位；1987年获美国得克萨斯A&M大学应用数学博士学位。曾任北京大学长江讲座教授，曾获IEEE Fellow(1996)、国家自然科学基金二等奖(2008, 排名第一)、何梁何利科学与技术进步奖(2010)、俄罗斯圣彼得堡国立大学荣誉博士学位(2011)、俄罗斯欧拉金质奖章(2011)。